

Control predictivo usando un modelo difuso para la tasa de crecimiento bacteriano

Marco A. Márquez-Vera¹, Abel García Barrientos¹, Julio C. Ramos-Fernández¹,
Carlos A. Márquez Vera², Ubaldo Baños-Rodríguez¹

¹ Depto. de mecatrónica, Universidad Politécnica de Pachuca,
Zempoala, Hgo., México

² Depto. de Química, Universidad Veracruzana,
Poza Rica, Ver., México

{marquez, abel, jramos}@springer.com, ubaroz.79@gmail.com, carmarquez@uv.mx

Resumen. Existen procesos difíciles de controlar como lo son los procesos químicos, en el presente trabajo se va a tratar con el crecimiento bacteriano en un proceso biotecnológico, para llevarlo a cabo el control de la tasa de crecimiento se ha propuesto usar un modelo difuso. Fue utilizada la técnica de *clustering* para las funciones de pertenencia del antecedente y emplear mínimos cuadrados para obtener los consecuentes de las reglas. En la práctica no siempre se puede garantizar que el actuador empleado en el control podrá aplicar la señal de control propuesta dada una saturación o por su respuesta a la frecuencia, de manera que se propuso emplear un control predictivo para anticipar la señal de control. Una tabla comparativa muestra los resultados obtenidos con diferentes horizontes de predicción. Finalmente, el uso de un modelo de referencia puede reducir el error a la referencia mediante algún criterio de error.

Palabras clave: Lógica difusa, control predictivo, inversión de modelo, tasa de crecimiento.

1. Introducción

En los procesos químicos, usualmente es difícil diseñar una ley de control [1], además, en este caso, trabajar con microorganismos presenta una diversidad de problemas a afrontar, como lo son el tratar con un sistema no lineal, tener dinámicas pobremente conocidas, incertidumbres en el modelo, variación en el tiempo y parámetros desconocidos [2]. Por otro lado, la reacción química puede ser modelada como una perturbación no estacionaria.

La idea principal en este trabajo es usar la lógica difusa para mejorar el control de la tasa de crecimiento bacteriana. La lógica difusa fue usada para obtener un modelo difuso [3] y mediante la inversión de este modelo obtener la señal de control a aplicar en el proceso. Este método es una alternativa cuando se tiene vaguedad en la dinámica del proceso [4]; si el modelo difuso es aproximado al sistema real, podemos decir que

la inversión del modelo puede cancelar, en cierta manera, las no linealidades del proceso.

Un sistema difuso es básicamente un sistema basado en reglas, donde el conocimiento de un experto o de un ingeniero puede ser usado para construir la base de reglas [5]. Dado que el proceso es variante en el tiempo y se carece de un conocimiento profundo en procesos químicos, no resulta sencillo determinar las funciones de pertenencia ni los consecuentes de las reglas, de manera que un sistema adaptable debería ser implementado para aproximar al sistema. Debido a esto, un sistema tipo Sugeno [6] puede ser sintonizado gracias a su sencillez y a que sus consecuentes pueden ser submodelos lineales [7,8]

Sin embargo, existen algunas desventajas en el diseño de los parámetros, en [9] se menciona que:

- Existen muchos parámetros como el número de funciones de pertenencia, el método de agregación de las reglas o la T-norma que se va a utilizar, que pueden ser asignados de forma arbitraria.
- La base de reglas puede no tener los parámetros óptimos, o bien, ellos deben ser variantes en el tiempo.

El artículo está organizado de la siguiente manera, primero se presenta una descripción del proceso a controlar en la Sección 2, donde también se da una breve introducción a la lógica difusa y a los sistemas de inferencia en la subsección 2.1; la subsección 2.2 muestra al control predictivo y el control de la tasa de crecimiento en el proceso. Los resultados están en la Sección 3 donde es posible ver una comparación entre diferentes criterios de error a manera de discusión empleando diferentes horizontes de control. Finalmente, las conclusiones se presentan en la Sección 4.

2. Definición del problema

El proceso a controlar en un bioreactor, donde se emplean microorganismos para procesar fenol. El fenol es un contaminante común en el agua, algunos procesos textiles y tratamientos para la madera emplean esta sustancia [10]. En los procesos biotecnológicos, el contaminante es usado como alimento para las bacterias, y de esta forma se purifica el agua, los lodos activados son comúnmente usados para tratar las aguas residuales [8]. El modelo matemático del proceso fue propuesto y validado en [10].

Existen dos modelos generales para el crecimiento bacteriano, son los modelos de Haldane y Monod [1], dichos modelos se muestran en (1) y (2) respectivamente, y en forma gráfica en la Fig. 1. donde $x(t)$ es la concentración de sustrato, y su tasa de crecimiento es escalada en el modelo del proceso para encontrar las tasas de consumo o producción de determinadas sustancias [11].

$$\mu_1(x(t)) = \frac{\mu_{\max} x(t)}{K + x(t)}, \quad (1)$$

$$\mu_2(x(t)) = \frac{\mu_{\max} x(t)}{K_1 + x(t) + K_2 x^2(t)}, \quad (2)$$

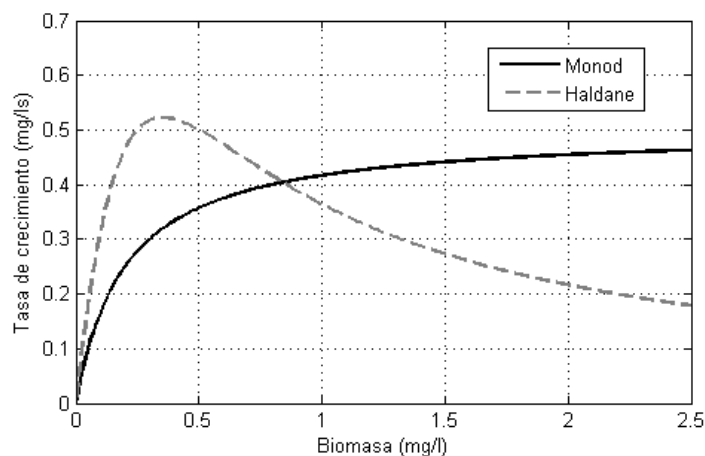


Fig. 1. Modelos de las tasas de crecimiento microbiano.

En el proceso, el fenol es tóxico para las bacterias [10], de manera que se utilizó el modelo de Haldane. Para validar el control, las constantes del modelo utilizado se muestran en la Tabla 1, estos valores pueden ser usados para simulación, dado que el ciclo de vida de las bacterias cambia, el modelo es variante en el tiempo, por lo que se debería utilizar un modelo adaptable.

Tabla 1. Parámetros del modelo de crecimiento.

Símbolo	Valor	Unidades
μ_{\max}	0.4	l/min
K_1	2	mg/l
K_2	16	mg/l

2.1. Sistema de inferencia difuso

La lógica difusa emergió como una alternativa para trabajar con información imprecisa o incorrecta, así como para tomar decisiones en proceso con incertidumbres no aleatorias, tal como sucede con en el lenguaje natural con el uso de términos ambiguos [3]. La noción sobre un conjunto difuso es una buena referencia para construir sistemas de inferencia, pero de una manera más general que usando conjuntos clásicos [6]. La idea es trabajar con variables lingüísticas más sencillas de interpretar.

Un conjunto difuso es aquel en donde los elementos que contiene tienen diferentes grados de pertenencia a dicho conjunto, los valores de pertenencia de los elementos son obtenidos mediante una función de pertenencia, existen diversas formas para dibujar una función de pertenencia, la condición es que se genere un conjunto convexo [6], de forma análoga a los conjuntos clásicos, se pueden usar operadores basados en la norma triangular para realizar la intersección entre conjuntos difusos [3]. Con los conjuntos difusos es posible generar proposiciones lógicas para conceptos que no son claros.

En este trabajo, se usó el sistema de inferencia tipo Sugeno gracias a que sus consecuentes pueden ser constantes, y a su vez, obtenidos por algún método para aproximar un modelo matemático complejo o no bien conocido [12]. Las reglas difusas pueden representarse como (3)

$$R^i : \text{Si } x^1 \text{ es } A^1 \text{ y } \dots \text{ y } x^n \text{ es } A^n, \text{ entonces } y^i = a_0 + a_1 + \dots + a_n, \quad (3)$$

donde R^i representa la i -ésima regla, x es el vector de entrada para encontrar sus valores de pertenencia, A es un conjunto difuso y y^i es la salida de la regla, la cual puede ser una combinación lineal de las entradas. La base de reglas es una síntesis de todas las reglas del sistema de inferencia y también es llamada memoria asociativa difusa [3].

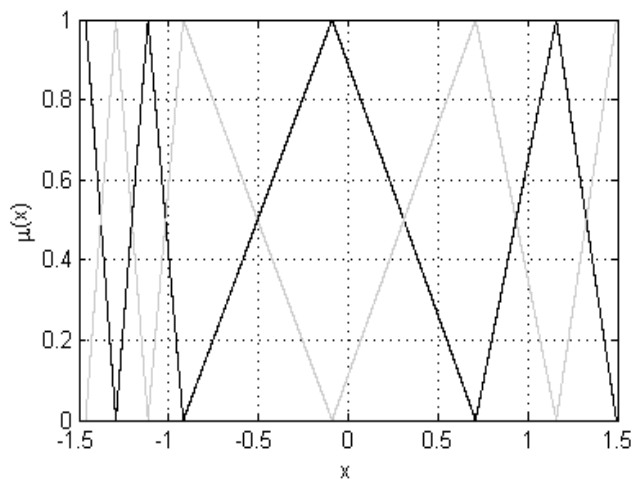


Fig. 2. Funciones de pertenencia.

Se utilizaron mínimos cuadrados [6] para obtener los consecuentes de las reglas, en especial, para los antecedentes se utilizó el algoritmo de Gustafson-Kessel (G-K) el cual no emplea la norma euclidiana, sino la distancia de Mahalanobis [13], este algoritmo de cluster es el que encuentra la partición difusa del universo de discurso X , la cual se muestra en la Fig. 2, donde ocho centros fueron usados para la partición, encontrándose las ocho funciones de pertenencia, las cuales son ordenadas y normalizadas para encontrar la forma presentada.

Los mínimos cuadrados se definen como en (4) donde las variables medidas son usadas para sintonizar los consecuentes en el sistema de inferencia, para lograrlo, se emplean los valores de pertenencia para encontrar la matriz Φ .

$$\Phi = (M_1 X_e, M_2 X_e, \dots, M_n X_e),$$

donde X_e , es la matriz del regresor extendida de las mediciones X , es decir, $X_e = (X | 1)$ [14], y M_i es una matriz diagonal que contiene los valores de pertenencia obtenidos mediante las funciones de pertenencia. Esta matriz Φ es usada para obtener los consecuentes de las reglas difusas como se muestra a continuación

$$\theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y, \quad (4)$$

donde y es la salida del proceso, los valores de pertenencia usados para llenar las matrices M_i están normalizados de la forma mostrada en (5)

$$\mu_i'(x_j(t)) = \frac{\mu_i(x_j(t))}{\sum_{i=1}^n \mu_i(x_j(t))}, \quad (5)$$

aquí, i denota la i -ésima regla difusa, j determina la j -ésima medición y μ' es la pertenencia normalizada de μ . De esta forma la salida del sistema de inferencia difuso es $y_{dif} = \Phi \theta$.

En la Fig. 3 se muestra una comparación entre usar solo mínimos cuadrados para aproximar un sistema sin tener la mejor partición difusa, y usando el algoritmo G-K que arrojó las funciones mostradas en la Fig. 2. En [13] un modelo difuso fue usado para controlar la neutralización del pH en un proceso.

Una vez sintonizado un modelo difuso, es necesario invertir el modelo, el control de la tasa de crecimiento se realiza modificando el flujo de entrada en el bioreactor, el control de la tasa de crecimiento se muestra en la Fig. 4, para tener una idea del desempeño este tipo de control se usó la integral del valor absoluto del error (IAE) (6), este criterio fue usado dado que si el error es menor a uno, usar otro criterio como la integral del error cuadrático sería muy pequeño (7). La IAE encontrada fue de 4.9562. Para reducir este criterio de error, es posible utilizar un modelo de referencia,

el cual da una referencia suave (clase C_∞) suavizando también la señal de control aplicada al actuador [14], dicho filtro en tiempo continuo usado como modelo de referencia está determinado por (8) usando la transformada de Laplace [14].

$$\text{IAE} = \int_0^T |e(t)| dt, \quad (6)$$

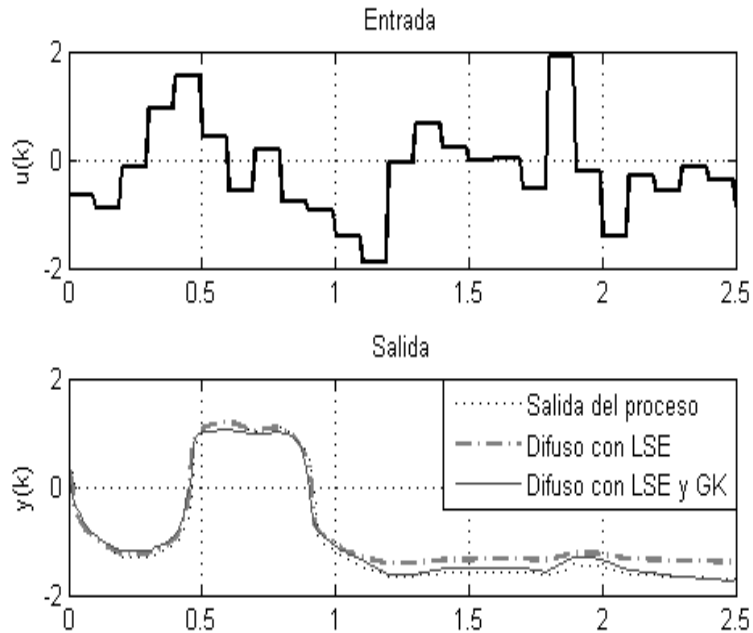


Fig. 3. Validación de los modelos difusos.

$$ISE = \int_0^T e^2(t)dt, \quad (7)$$

$$\text{Mod}_{\text{ref}}(s) = \frac{3.5}{s + 3.5}. \quad (8)$$

Si la salida del sistema de inferencia es calculada usando (9), realizando el cálculo de la salida en tiempo discreto

$$y(k+1) = \sum_{i=1}^n \mu_i'(y(k), \dots, u(k-n_u+1)) \left(\sum_{j=1}^{n_y} a_{ij} y(k-j+1) \sum_{j=1}^{n_u} b_{ij} u(k-j+1) \right), \quad (9)$$

donde a_{ij} y b_{ij} se encuentran dentro del vector de consecuentes θ en la forma $\theta = ((a_1^T, b_1), (a_2^T, b_2), \dots, (a_n^T, b_n))$. Con esto, la señal de control se calcula usando (10):

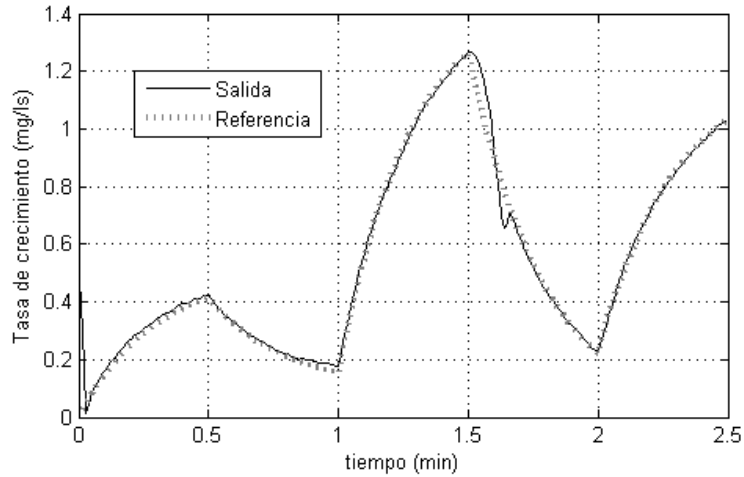


Fig. 4. Control por inversión del modelo difuso.

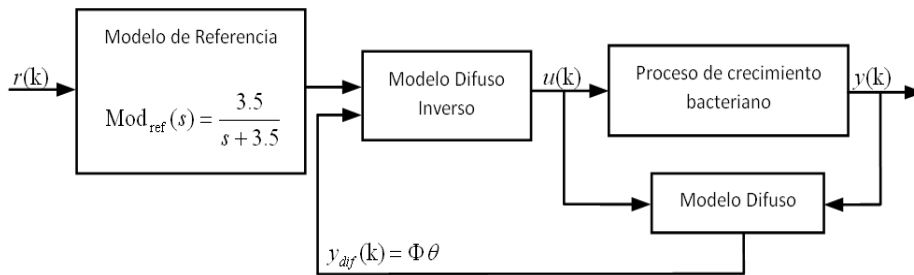


Fig. 5. Diagrama de control usando el modelo inverso.

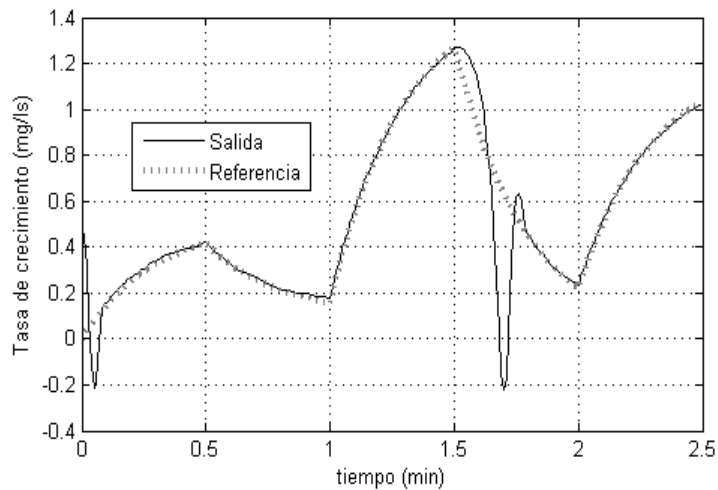


Fig. 6. Simulación del control con una restricción en la señal de control.

$$u(k) = \frac{r(k+1) - y(k)}{\sum_{i=1}^n \mu_i'(y(k), \dots, u(k - n_u + 1) b_{ij})}, \quad (10)$$

El diagrama de control se presenta en la Fig. 5, aquí el modelo difuso aproximado se usa para cancelar las dinámicas del proceso y es usado para generar la señal de control.

En la práctica, es probable que se tenga una restricción física en los actuadores, de manera que le limite el poder responder a la señal de control aplicada, en este caso se limitó el flujo de entrada a l proceso a ± 20 mg/l, los resultados de tener esta restricción en el sistema de control se presentan en la Fig. 6, la IAE obtenida para este caso fue de 17.1986 incluso usando el modelo de referencia.

2.2. Control predictivo

Podemos comparar la teoría de control clásica a ir manejando un vehículo viendo hacia abajo, la señal de control cambia hasta que se presenta alguna situación; usando un control predictivo es similar a conducir viendo al frente, y cuando se vislumbra alguna situación al frente, se cambia la señal de control con anticipación. En control predictivo se usan dos horizontes conocidos como el horizonte de control y el de predicción [15], si no se emplean corrimientos en los horizontes, la señal de control sería como la usada por inversión del modelo y se ha demostrado que usar horizontes muy grandes empeora el resultado incrementando el error de salida [13]. En el presente trabajo los horizontes son de dos muestras en el futuro, es decir, se usa la señal de referencia que se va a aplicar dentro de dos periodos de muestreo para calcular la señal de control presente.

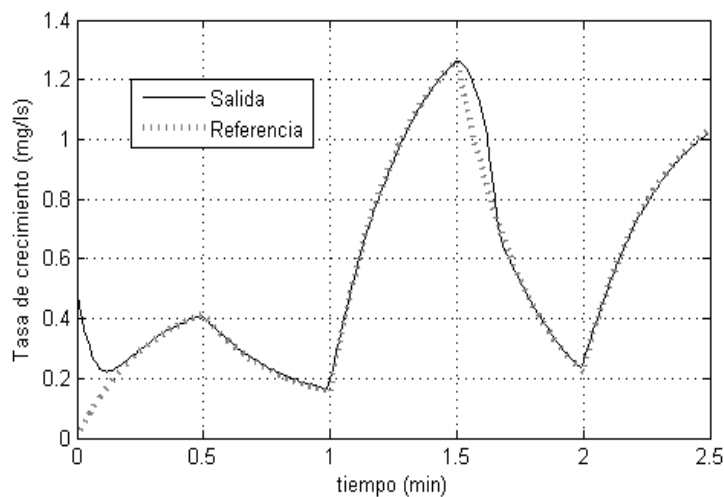


Fig. 7. Simulación del control predictivo con restricción en la señal de control.

El horizonte de predicción H_p es construido con la salida aproximada del modelo difuso del proceso $y_{dif}(k+i)$ para $i = 1, 2, \dots, H_p$ y las señales de control futuras se determinan hasta el horizonte de control H_c , tal que se obtiene $u(k+i)$ usando el modelo y la referencia para calcular la señal de control para $i = 1, 2, \dots, H_c - 1$ y siempre el horizonte de control debe ser menor o igual al de predicción, i.e. $H_c \leq H_p$ [13]. En la Fig. 7 se muestra el control de la tasa de crecimiento usando el modelo difuso para calcular un control predictivo, teniendo a su vez la restricción en la señal de control de ± 20 mg/l, para este caso, la IAE encontrada fue 6.5240.

3. Resultados y discusión

El uso de la lógica difusa hizo posible controlar la tasa de crecimiento microbiano al interior de un bioreactor, existen alguna otras técnicas lineales para hacer esto, pero en este caso, la idea fue utilizar un modelo difuso asumiendo que se desconoce el modelo exacto del proceso, y que este a su vez, puede ser variante en el tiempo, el error encontrado fue aceptable para este tipo de sistemas, y gracias a la velocidad de reacción de estos procesos, es posible calcular los valores aproximados que tendrán algunas señales en el futuro usando el modelo difuso encontrado. Dado que en la práctica, no siempre es posible aplicar la señal de control calculada debido a limitaciones en los actuadores el control predictivo mostró ser una buena estrategia de control reduciendo el error encontrado al tener una restricción de saturación en la señal de control.

En la Tabla 2 se presentan los criterios de error encontrados para el control por inversión de modelo, para ese mismo control con restricción en la señal de control y para cuando se aplica control predictivo al tener dicha restricción.

Tabla 2. Errores de seguimiento.

Acción de control	IAE	ISE
Control por inversión de modelo	0.6317	4.9562
Control con restricción en $u(k)$	10.7533	17.1986
Control predictivo con restricción	1.2580	6.5240

Ahora, la situación podría ser, cómo determinar los horizontes usados en el control predictivo, un método es la optimización branch and bound [13] en donde se calculan cotas para los valores candidatos a tener la mejor opción, los límites fueron de cero muestras de predicción en los horizontes, a cinco muestras dadas por el modelo

difuso; en este caso se encontró que $H_c = H_p = 2$, en la Fig. 8 es posible ver las simulaciones del control usando diferentes horizontes y la Tabla 3 muestra los errores obtenidos para algunos casos usando la IAE y la ISE.

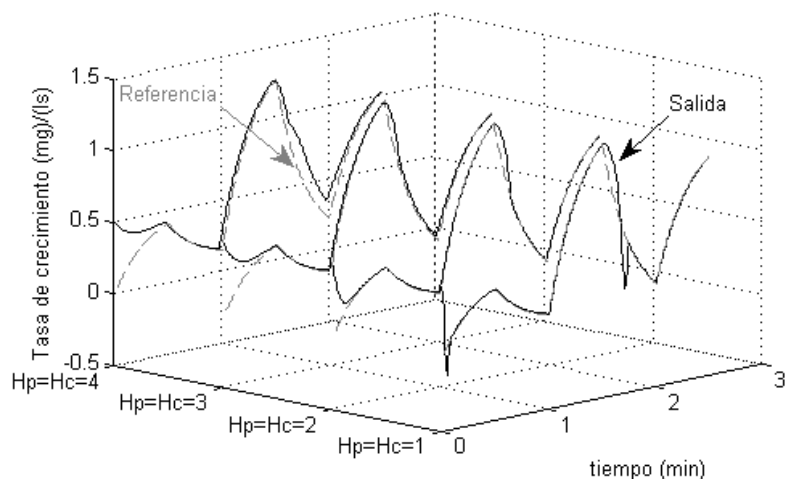


Fig. 8. Control predictivo con diferentes horizontes.

Tabla 3. Comparación con diferentes horizontes de control.

Horizonte de control H_c	IAE	ISE
$H_c = 1$	7.4740	1.6153
$H_c = 2$	6.5240	1.2580
$H_c = 3$	11.2908	2.0400
$H_c = 4$	20.7562	3.8680

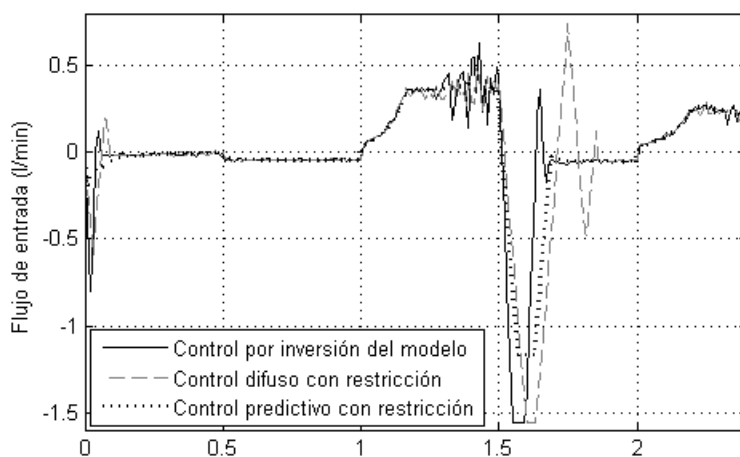


Fig. 9. Señales de control.

Dada la restricción en la señal de control, la salida del sistema puede no seguir exactamente la referencia establecida, en la Fig. 9 se muestran las señales de control cuando el sistema tiene una restricción en su amplitud de ± 40 mg/l, la segunda gráfica en con la restricción de ± 20 mg/l, la restricción en el control puede verse como un retardo en la señal, el control predictivo, por su parte, se anticipa a los cambios, reduciendo este aparente retardo y reduciendo el error [16]. Finalmente, la señal de control se obtiene a partir del modelo difuso y no sólo de las mediciones del sistema, las cuales pueden presentar ruido.

Los resultados obtenidos pueden ser comparados con los obtenidos en [15] donde también se trabajó con un reactor piloto y en donde el proceso consiste en controlar una reacción exotérmica con un calentador como actuador, un análisis similar sobre la región de atracción para el control predictivo puede ser aplicado a este trabajo, la diferencia principal sería que el modelo en este caso es basado en lógica difusa y que se presentó una comparación entre diferentes horizontes de control. En la Tabla 3 no se presentó el caso con $H_c = 0$, el cual sería el mismo mencionado al inicio en la Fig. 6.

4. Conclusiones

La lógica difusa fue capaz de filtrar el ruido de las mediciones y de absorber la incertidumbre en los parámetros del modelo. En el presente trabajo se afrontó un problema común tanto en el área química como en la biotecnológica, la saturación de los actuadores, problema que en simulación suele ignorarse.

En condiciones ideales un modelo difuso puede aproximar lo suficiente a un proceso real, tal que al invertir dicho modelo, se cancelen las dinámicas del proceso, en la práctica, en los procesos químicos, se tiene con frecuencia un retardo debido, tanto al tiempo de reacción, como a fenómenos de transporte, añadiendo además la saturación del actuador, es difícil garantizar un seguimiento perfecto de la referencia o un error cero en estado estable. Se obtuvo un modelo difuso para controlar la tasa de crecimiento bacteriano en un bioreactor, ante las limitaciones del actuador, se propuso emplear un control predictivo, reduciendo el error encontrado en simulación. Para proponer los horizontes de control y predicción se usó la optimización branch and bound.

El controlar la tasa de crecimiento bacteriano puede mejorar la biodegradación de contaminantes presentes en aguas residuales, en este caso, del fenol, además de tener una concentración de biomasa estable, ya que el exceso generado por los lodos activados debe purgarse e incinerarse. Finalmente, Como trabajo futuro se plantea implementar una técnica adaptable para el modelo difuso, a fin de tener un controlador robusto ante cambios en el comportamiento de la biomasa.

Referencias

1. Guadayol, J.M.: Control, Instrumentation and Automation of Chemical Process: Problems. Ediciones de la Universidad Politécnica de Cataluña, España (1999)
2. Dunn, I., Heinzle, E., Ingham, J., Prenosil, J.: Biological Reaction Engineering. Wiley-VCH Verlag GmbH, Germany (2003)
3. Ross, T.: Fuzzy Logic with Engineering Applications. John Wiley & Sons, Ltd., West Sussex (2008)
4. Teixeira, M., Assunção, E., Avellar, R.: On relaxed lmi-based designs for fuzzy regulators and fuzzy observers. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 11(5) 613–623 (2003)
5. Tiwari, S.P., Srivastava, A.K.: Fuzzy rough sets, fuzzy preorders and fuzzy topologies. Fuzzy sets and systems, 210, 63–68 (2013)
6. Passino, K., Yurkovich, S.: Fuzzy control. AddisonWesley Longman Inc. California (1998)
7. Boyd, S., Ghaoui, E., Feron, E., Balakrishnan, V.: Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Society for Industrial and Applied Mathematics, Filadelfia (1994)
8. Theilliol, D., Ponsart, J.C., Harmand, J., Join, C., Gras, P.: On-line estimator of unmeasured inputs for anaerobic wastewater treatment process. Control Engineering Practice, 11, 1007–1019 (2003)
9. Aceves, A.: The use and abuse of fuzzy logic for process control: one alternative to model the incomplete of information and the shadowy in a sample. In: Proc. Conf. Of Con Mantenimiento Productivo, 1, pp. 12–17 (2001)
10. Vázquez, G., Ben-Youssef, C., Waissman, J.: Two step modelling of the biodegradation of phenol by an acclimated activated sludge. Chemical Engineering J., 117(3) 245–252 (2006)
11. Martínez, S.A., Rodríguez, M.G.: Tratamiento de aguas residuales con Matlab. Reverté, México (2009)
12. Márquez, M.A., Waissman, J., Gutú, O.: Fuzzy model based iterative learning control in phenol biodegradation. Foundations of Fuzzy Logic and Soft Computing. Lecture Notes in Artificial Intelligence, Vol. 4529. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, pp. 328–337 (2007)
13. Babuska, R.: Fuzzy Modeling for Control. International Series in Intelligent Technologies, Aachen, Alemania (1998)
14. Åström, K., Wittenmark, B.: Adaptive control. Pearson Education, India (2006)
15. Ferramosca, A., Gruber, J.K., Limón, D., Camacho, E.F.: Control predictivo para seguimiento de sistemas no lineales. Aplicación a una planta piloto. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial, 10, 18–29 (2013)
16. Lendek, Z., Guerra, T., Babuska, R., De-Shutter, B.: Stability Analysis and Non-linear Observer Design Using Takagi-Sugeno Fuzzy Models. Studies in Fuzziness and Soft Computing, Vol. 262, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, India (2010)